

解答は結果だけでなく、それに至る過程を記述すること。結果のみの解答の場合、その問の得点は0点とする。

[1] 次の行列式を計算せよ。

$$\begin{vmatrix} -1 & 3 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -3 & 0 & 2 \\ 4 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 5 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

[2] 次の行列の逆行列を(もし存在するならば)求めよ。

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 5 & 0 \\ 2 & 11 & 7 \\ 0 & 4 & 9 \end{pmatrix}$$

[3] 次の行列式を計算し因数分解せよ。

$$\begin{vmatrix} a+b+c & -c & -b \\ -c & a+b+c & -a \\ -b & -a & a+b+c \end{vmatrix}$$

[4]

$$P = \begin{pmatrix} 6 & 0 & 2 \\ -1 & 1 & 3 \\ 0 & -2 & 1 \end{pmatrix}$$

とおく。 $AB = P$ をみたす 3 次正方行列 A, B が存在するとき、 A, B はともに正則であることを示せ。

[解答例]

[1] -99

[2]

$$A^{-1} = \frac{1}{123} \begin{pmatrix} 71 & -45 & 35 \\ -18 & 27 & -21 \\ 8 & -12 & 23 \end{pmatrix}$$

[3] $2(a+b)(b+c)(c+a)$

[4] $|P| = 46 \neq 0$. よって積の性質から $0 \neq |P| = |AB| = |A||B|$. これは $|A|, |B| \neq 0$ を与える. よって A, B 共に正則である.