

解答は結果だけでなく、それに至る過程を記述すること。結果のみの解答の場合、その問の得点は0点とする。

[1] 3次正方行列 $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & x \end{pmatrix}$ について、ただし x は実数とする、

- (1) $x = 1$ のとき、基本変形による方法で逆行列を求めよ。
- (2) $x = 4$ のとき、余因子行列を構成する方法で逆行列を求めよ。

[2] 行列式 $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 & 2 \\ 4 & 3 & 2 & 1 \end{vmatrix}$ の値を求めよ。

[3] 連立方程式 $\begin{cases} x + 3y + 5z = -6 \\ 2x + 6y + 7z = 0 \\ 3x + 9y + 8z = 10 \end{cases}$ を解け。

[解答例] [1] (1) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -1 \\ -1 & -1 & 3 \end{pmatrix}$ (2) $\frac{1}{10} \begin{pmatrix} 7 & -3 & -1 \\ -3 & 7 & -1 \\ -1 & -1 & 3 \end{pmatrix}$

[2] -20

[3] 拡大係数行列を作り

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 & -6 \\ 2 & 6 & 7 & 0 \\ 3 & 9 & 8 & 10 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 & -6 \\ 0 & 0 & -3 & 12 \\ 0 & 0 & -7 & 28 \end{pmatrix} \quad \text{2行に1行の}(-2)\text{倍を足す}$$

行変形では (2, 2) 成分に軸を作ることができないので, 2列と3列を交換すると

$$\begin{aligned} &\rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 5 & 3 & -6 \\ 0 & -3 & 0 & 12 \\ 0 & -7 & 0 & 28 \end{pmatrix} \\ &\rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 & 14 \\ 0 & 1 & 0 & -4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \text{標準形} \end{aligned}$$

列交換を行ったので, $y = t$ とおき,

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = t \begin{pmatrix} -3 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 14 \\ 0 \\ -4 \end{pmatrix}.$$

ただし, t は実数を動き, 解は無数に現れる.

K.U.