

(注意)

- 解答用紙には学籍番号, 氏名を忘れずにかくこと
- 解答は結果だけでなく, それに至る過程を記述すること. 結果のみの解答の場合, その問の得点は0点とする.

1. 次の条件を すべてみたく 3次元ベクトル a, b を具体的に一組作れ.

- a と e_3 の内積は負値: $(a, e_3) < 0$. ただし, $e_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$.

- b と e_2 の内積は正值: $(b, e_2) > 0$. ただし, $e_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$.

- a と b は一次従属

2. 3次正方行列 $A = \begin{pmatrix} 5 & 3 & 2 \\ -3 & -1 & -2 \\ -1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$ は対角化可能であるか? 可能ならば対角化せよ, 可能でなければ理由を述べて可能でないと答えよ.

[解答例] 1.

$$\mathbf{a} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} = \mathbf{b}$$

2. 固有値は 1, 2. それぞれの固有空間の次元は $\dim V_1 = \dim V_2 = 1$ であるので, $\dim V_1 + \dim V_2 = 2 \neq 3$ となって対角化可能でない.