(注意) 解答は結果だけでなく，それに至る過程も記述せよ．結果のみの記述の場合は零点になる．

[1] 次の値を求めよ． $\cos^{-1}(\cos\dfrac{4\pi}{3})$ ただし，$\cos^{-1}(\cdot)$ はアークコサインを表す．

[2] 対数法則 $\log_a x + \log_a y = \log_a xy$ を指数法則から導け．

[3] $\dfrac{1}{(x^2+1)(x-3)}$ を部分分数分解せよ．

[4] $1^2 + 2^2 + \cdots + n^2 = \dfrac{n(n+1)(2n+1)}{6}$ を数学的帰納法で証明せよ．

解答

[1] $\cos^{-1}\left(\cos\frac{4}{3}\pi\right) = \cos^{-1}\left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{2}{3}\pi$

[2] $A = \log_a x$, $B = \log_a y$ とおくと,

$x = a^A$, $y = a^B$.

$xy = a^A \cdot a^B = a^{A+B}$ $\therefore$ $A+B = \log_a xy$ //

[3] $$\frac{1}{(x^2+1)(x-3)} = \frac{-\frac{x}{10}-\frac{3}{10}}{x^2+1} + \frac{\frac{1}{10}}{x-3} .$$

[4] $n=1$ のとき 左辺 $=1$, 右辺 $=1$. O.K.

$n=k$ で成立と仮定すると, $n=k+1$ では,

$1^2+2^2+\cdots+k^2+(k+1)^2$

$$= \frac{k(k+1)(2k+1)}{6} + (k+1)^2$$

$$= \frac{(k+1)\{k(2k+1)+6(k+1)\}}{6}$$

$$= \frac{(k+1)(k+2)(2k+3)}{6}$$ $\therefore$ $n=k+1$ のときも正しい //