(注意)

- 解答は解答用紙に書くこと.
- 解答用紙には**学籍番号**, **氏名を忘れずにかくこと**.
- 解答は結果だけでなく, それに至る**過程を記述すること**. 結果のみの解答の場合, その問の得点は0点とする.

1. サイコロを投げるという試行のもとで, 事象 A を偶数の目が出る, とする. このとき, $\{A, B\}$ が標本空間の分割になるように事象 B を定めよ.

2. 確率変数 X がつぎを確率分布表をもつとき, 標準偏差を求めよ.

X	0	1	2	3
$P(X)$	0.3	0.4	0.1	0.2

3. 関数 $f(x) = \begin{cases} xe^{-x}, & x \geqq 0 \\ 0, & x < 0 \end{cases}$ は確率密度関数の条件をみたすことを示せ. さらに平均を求めよ.

4. 在京のＳ球団の１試合あたりの平均本塁打数は 2.5 本である. １試合あたりの本塁打数はポアソン分布に従うとして, １試合で６本以上の本塁打が出る確率を求めよ.

5. 学力試験を行い, その得点を確率変数 X とする. X は正規分布 $N(56, 11.5^2)$ に従った. 偏差値 73 を取るためには何点必要か?

6. ポータブルＣＤ用に開発された単三電池の寿命時間を調べるため, 新製品の１０本の寿命時間をテストしたところ, つぎの結果が出た.

272, 255, 260, 272, 235, 250, 280, 258, 263, 275 (分)

寿命時間に関する母集団は正規分布をなすとして, 平均寿命時間 μ の信頼度 99％の信頼区間を求めよ.

7. Ｇ大学で統計学を講義しているＵ先生がいる. 評価の厳しい彼の講義では毎年, 単位取得率が 40％であると言われている. 今年, 受講生 64 名のうち合格者は 35 名であった. 今年のクラスは成績が良かったと言えるか? 危険率 3％で検定せよ.

8. 正味重量 300g の缶ジュースを製造している A 社は, 過去の経験からジュースの重量は正規分布をなし, 標準偏差は 10g であることはわかっている. ある日に生産された 20 本の缶ジュースの標本平均は 295g であった. 生産工程は平均的に 300g の缶ジュースを作るように管理されているか? 危険率 1％で検定せよ.

K.U.

[解答]

1. B：奇数の目が出る.

2. $\bar{x} = 0\times0.3 + 1\times0.4 + 2\times0.1 + 3\times0.2 = 1.2$

分散

$$s^2 = (0-1.2)^2 0.3 + (1-1.2)^2 0.4 + (2-1.2)^2 \cancel{0.5}\,0.1 + (3-1.2)^2 0.2$$

$$= 1.16$$

∴ 標準偏差 $s = 1.08$.

3. まず, $f(x) \geqq 0$, $\forall x$.

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x)\,dx = \int_{0}^{\infty} xe^{-x}\,dx = \underbrace{[-xe^{-x}]_0^{\infty} + \int_0^{\infty} e^{-x}\,dx}_{部分積分}$$

ロピタルの定理から $\lim_{x\to\infty}\frac{x}{e^x} = 0$ だから,

$$= \int_0^{\infty} e^{-x}\,dx = [-e^{-x}]_0^{\infty} = 1.$$

以上から f は確率密度関数の性質をみたす.

4. $\lambda = 2.5$ として, 1試合あたりの本塁打数 X は $P_o(2.5)$ に従う。求める確率は $P(X \geqq 6)$ だから

$$P(X\geqq6) = 1 - \{P(X=0) + P(X=1) + \cdots + P(X=5)\}$$

数表より

$$= 1 - \{0.0821 + 0.2052 + 0.2565 + 0.2138 + 0.1336 + 0.0668\}$$

$$= 0.042.$$

∴ 4.2%.

5. 平均 μ，標準偏差 σ に対して，

$\mu + \frac{23}{10}\sigma$ が求める得点である．

$$\therefore \ 56 + \frac{23}{10} \times 11.5 = 82.45.$$

ゆえに 83点が必要．

6. t分布に区間推定を行う。 標本の大きさ n で

寿命時間の平均（標本平均）を $\overline{X}$，

標本不変分散 U^2 に対して，

$$T = \frac{\overline{X} - \mu}{U/\sqrt{n}} \Rightarrow \nu = n-1 \text{ の } t \text{分布}.$$

今，$n = 10$ より $\nu = 9$. よって，数表より

$$-3.2498 < \frac{\overline{X} - \mu}{U/\sqrt{10}} < 3.2498 \Rightarrow 99\%.$$

$$\overline{X} = \frac{272 + 255 + 260 + 272 + 235 + 250 + 280 + 258 + 263 + 275}{10}$$

$$= 262$$

$$S^2 = \frac{1}{10}\Big\{(272-262)^2 + (255-262)^2 + (260-262)^2 + (272-262)^2 + (235-262)^2$$
$$+ (250-262)^2 + (280-262)^2 + (258-262)^2 + (263-262)^2$$
$$+ (275-262)^2\Big\}$$

$$= 163.6 \qquad \therefore U^2 = \frac{10}{9} 163.6 = 181.78. = 13.5^2.$$

実現値を代入して，

$$262 - 3.2498 \cdot \frac{13.5}{\sqrt{10}} < \mu < 262 + 3.2498 \cdot \frac{13.5}{\sqrt{10}}$$

$$\therefore \ 248.1 < \mu < 275.9.$$

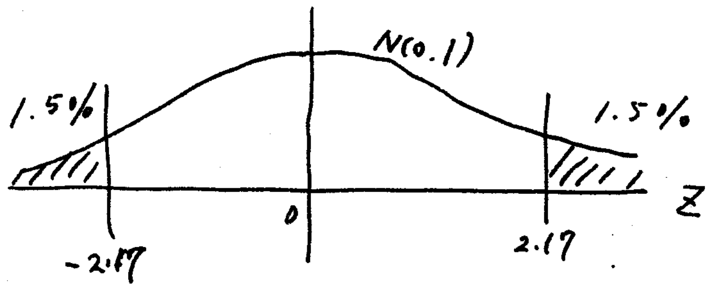
7. H_0：今年のクラスも同じである，と仮説をたてる.

64名のうち合格者が X 名とすると X は二項分布 $B(64, 0.4)$ に従う．正規分布で近似して，

$$X : N(25.6,\ 3.9^2)$$

としてよい．3% 棄却領域を数表より求めると，

$$Z = \frac{X - 25.6}{3.9} : N(0,1) \quad \text{として，}$$



実現値 $X = 35$ を代入して

$$\frac{35 - 25.6}{3.9} = 2.41 > 2.17$$ ，有意である．

H_0 は棄却．対立仮説 H_1：成績は良かった，といえる．

8. 正規分布による検定を行う．

H_0：管理されている，とする．

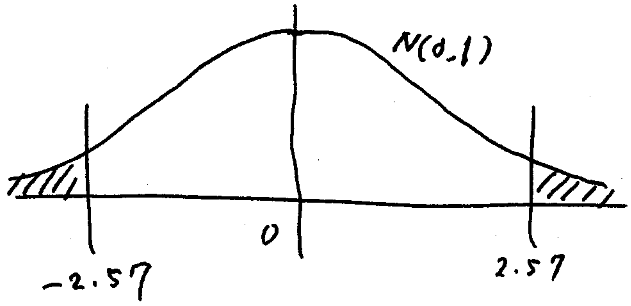
$n=20$ の標本の標本平均を $\overline{X}$ としたとき，

$$\overline{X} = : N\left(300,\ \underbrace{\frac{10^2}{20}}_{\doteqdot 2.24^2}\right)$$

標準化して，

$$Z = \frac{\overline{X} - 300}{2.24} : N(0,1)$$

1% の棄却領域を求めると、



実現値 X = 295 を代入して

$$z = \frac{295-300}{2.24} = -2.23 > -2.57.$$

H_0 は受け入れる。管理されているといえる。

K. U.

3. の追加.

平均 $E(X) = \int_{-\infty}^{\infty} \cancel{x\,x\,e^{-x}}\; x f(x)\,dx$

$$= \int_0^{\infty} x \cdot x e^{-x}\,dx$$

$$= \underbrace{\left[-x^2 e^{-x}\right]_0^{\infty}}_{=0} + \underbrace{\int_0^{\infty} 2x e^{-x}\,dx}_{2\int_0^{\infty} x e^{-x}\,dx \,=\, 2}.$$

$\therefore E(X) = 2$