

微分積分学 II (昼) 期末試験問題

1998/2/6(金)

[1] 次の重積分の値を求めよ.

$$\iint_{D_1} x\sqrt{y} dx dy, \quad D_1 = \{0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq x^2\}$$

[2] 積分領域 D_2 を $(\pm 1, 0)$, $(0, \pm 1)$ を頂点とする正方形とすると、変数変換

$$\begin{cases} x = \frac{u+v}{2} \\ y = \frac{u-v}{2} \end{cases}$$

を行って次の重積分の値を求めよ.

$$\iint_{D_2} (x+y)^2 e^{x-y} dx dy$$

[3] 重積分

$$\iint_{D_3} e^{-x^2-y^2} dx dy, \quad D_3 = \{x \geq 0, y \geq 0\}$$

の値を求めよ. さらにこの結果を用いて

$$\int_0^\infty e^{-x^2} dx = \frac{\sqrt{\pi}}{2}$$

を示せ.