

## 線形代数 II 期末試験問題

1999年2月12日(金)

[1]  $a, b$  を実数とする。2次元列ベクトル

$$\boldsymbol{x} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ a \end{pmatrix}, \quad \boldsymbol{y} = \begin{pmatrix} b \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

について、 $\boldsymbol{x}$  は長さが  $\sqrt{2}$ ,  $\boldsymbol{y}$  は長さが 3, そして  $\boldsymbol{x}$  と  $\boldsymbol{y}$  は角度  $\frac{\pi}{4}$  で交わっている。このとき  $a, b$  を求めよ。

[2] 3次正方行列

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \\ -2 & -2 & 3 \end{pmatrix}$$

の固有空間をすべて求め、それぞれの正規直交基底 (ONB) を求めよ。

[3] 3次正方行列

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -2 & 0 \\ 1 & 4 & -1 \\ 0 & -2 & 2 \end{pmatrix}$$

は対角化可能であるならば  $P^{-1}AP$  が対角行列となる正則行列  $P$  と  $P^{-1}AP$  を求めよ。対角化可能でないならば対角化可能でないと記せ。