

ベクトル解析 期末試験問題

平成 10 年 9 月 16 日 (水)

[1] ベクトル場 $A = (2z, -3x, y)$ の次の曲線 C に沿っての線積分を求めよ。

(1) C は原点から $P(1, 2, 3)$ に至る線分

(2) C は原点, $Q(0, 0, 3)$, $R(1, 0, 3)$, $P(1, 2, 3)$ を順次結ぶ折れ線

(3) C は位置ベクトル $r = (t^3, 2t^2, 3t)$ ($0 \leq t \leq 1$) で与えられる曲線

[2] ベクトル場 $A = (-1, x, -z)$ の平面 $S: x + 2y + z = 2, x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0$ に沿っての面積分を求めよ。

[3] ベクトル場 $A = (-xy, y, -z^2)$ とし、 S は原点, $(1, 0, 0)$, $(0, 1, 0)$, $(0, 0, 1)$, $(1, 1, 0)$, $(1, 0, 1)$, $(0, 1, 1)$, $(1, 1, 1)$ を頂点とする立方体の表面とする。発散定理を使って面積分

$$\int_S A \cdot n \, dS$$

を求めよ。ただし、 S の法単位ベクトル n は立方体の外側に向けてとるものとする。このベクトル場を水の流速に例えた場合、得られた結果から立方体の内部ではどういふことが起こっているか論じよ。

[4] ベクトル場 $A = (x, y, z)$ とし、曲面 S の境界線を C とするとき、ストークスの定理を用いて

$$\int_C A \cdot dr = 0$$

を示せ。