線形代数 I 期末試験問題　1999.7.23

[1] 次の行列式を計算せよ.

(1)
$$\begin{vmatrix} -4 & 1 & -2 & 2 \\ 3 & 3 & -5 & 5 \\ 3 & -1 & 2 & -4 \\ 2 & 3 & -5 & 5 \end{vmatrix}$$

(2)
$$\begin{vmatrix} d & d & d & d \\ d & c & c & c \\ d & c & b & b \\ d & c & b & a \end{vmatrix}$$

[2] n 次正方行列 A が $A^2 = O$（ただし O は零行列）をみたすならば, A は正則ではないことを示せ。

[3] 3 次正方行列 $A = (\boldsymbol{a}_1, \boldsymbol{a}_2, \boldsymbol{a}_3)$ の行列式 $|A|$ は $|A| = 2$ を満たしている. このとき次の行列の行列式を計算せよ.

$$(-\boldsymbol{a}_1 + \boldsymbol{a}_2 + \boldsymbol{a}_3,\ \boldsymbol{a}_1 - \boldsymbol{a}_2 + \boldsymbol{a}_3,\ \boldsymbol{a}_1 + \boldsymbol{a}_2 - \boldsymbol{a}_3)$$

[4] a, b を実数とするとき, 3 次正方行列

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & b & 0 \\ 1 & a & b \end{pmatrix}$$

を考える. 次の問に答えよ.

(1) A が正則であるための a, b の条件を求めよ.

(2) (1) の条件のもとで, 逆行列 A^{-1} を求めよ.

[5] 次の連立方程式をクラメルの公式を用いて解け.

$$\begin{cases} x + y - 2z & = -2 \\ 2x - y + z & = -7 \\ x + 2y - 3z & = 1 \end{cases}$$

[6] 3 次正方行列 $A = (a_{ij})$ の行列式 $|A|$ の定義は次の式で与えられる. ただし S_3 は 個数 3 の順列の全体を表す.

$$|A| = \sum_{(p_1, p_2, p_3) \in S_3} \mathrm{sgn}(p_1, p_2, p_3) a_{p_1 1} a_{p_2 2} a_{p_3 3}$$

この定義に従って次の行列の行列式を計算せよ.

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 3 & 0 & 4 \\ 2 & -5 & 1 \end{pmatrix}$$