

- [1] 関数  $y = xe^{-2x}$  は微分方程式

$$\frac{d^2y}{dx^2} + 4\frac{dy}{dx} + 4y = 0$$

をみたすことを示せ.

- [2] 次の微分方程式の初期条件  $y(0) = 0, y'(0) = 1$  のもとでの特殊解を求めよ.

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \cos \frac{x}{2}$$

- [3] 次の微分方程式の一般解を求めよ.

$$\frac{dy}{dx} = x + 2xy$$

- [4] 次の微分方程式の  $y(1) = 1$  のもとでの特殊解を求めよ.

$$\frac{dy}{dx} = \frac{x - 2y}{2x + y}$$

- [5] 空気抵抗を考慮に入れた物体の自由落下を考える. 質量  $m$  の物体は落下の際に速度  $v$  に比例した力  $\gamma v$  を上向きに受けるとする ( $\gamma$  は比例定数). 下向きを  $x$  の正軸として自由落下させる (すなわち, 時刻  $t = 0$  のとき  $v = 0$ ). 次の問に答えよ.

- (1) 運動を局所的に見て, 速度  $v$  に関する微分方程式を立てよ. ただし, 重力加速度は  $g$  を用いよ.
- (2) 時間が十分に経つと速度が一定になることを, 微分方程式の特殊解を求めることによって示せ.