

[1] \mathbf{R}^2 のベクトル

$$\mathbf{a}_1 = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix}$$

について次の問に答えよ.

- (1) ベクトル列 $\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2$ が一次独立となるような \mathbf{a}_2 を (理由を述べた上で) 一つ求めよ.
- (2) ベクトル

$$\mathbf{x} = \begin{pmatrix} 18 \\ -4 \end{pmatrix}$$

を $\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2$ の一次結合で表せ.

[2] 次の部分空間の基底と次元を求めよ.

$$V_1 = V\left(\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -3 \\ -6 \\ 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix}\right)$$

[3] \mathbf{R}^3 の部分空間

$$V_1 = V\left(\begin{pmatrix} -3 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \\ -2 \end{pmatrix}\right), \quad V_2 = V\left(\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}\right)$$

について次の問に答えよ.

- (1) 積空間 $V_1 \cap V_2$ を求めよ.
- (2) 和空間 $V_1 + V_2$ の次元を求めよ.

[4] 線形写像 $f: \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}^2$ を次で定める: ベクトル \mathbf{x} を原点中心に反時計周りに $\frac{\pi}{2}$ 回転させた後, x 軸に関して対称な位置に写す, そのような写像を f とする.

- (1) f の表現行列を求めよ.
- (2) f は単射 (一対一) であることを示せ.
- (3) f の像 $\text{Im } f$ の次元を求めよ.