

[1] 2変数関数のグラフの接平面について考える.

(1) 関数 $f(x, y)$ の点 (a, b) における接平面の方程式 $S(x)$ を書け.

(2)

$$f(x, y) = \cos \frac{y}{x}$$

の点 $(x, y) = (2, \pi)$ における接平面の方程式を求めよ.

[2] テイラーの定理について考える.

(1) C^2 -級の関数 $f(x, y)$ の点 (a, b) における2次のテイラーの定理を書け.

(2) 関数

$$f(x, y) = e^{-y} \log(1 + 3x)$$

の $(x, y) = (1, 1)$ における2次のテイラーの定理を求めよ.

[3] 合成関数の偏微分を考える.

$$f(x, y) = (2x - y)^7 + x^3 y^5$$

$$\begin{cases} x = r \cos \theta \\ y = r \sin \theta \end{cases}$$

を合成して $z = f(r \cos \theta, r \sin \theta)$ を作る. このとき, θ についての偏微分

$$\frac{\partial z}{\partial \theta}$$

を計算して, $(r, \theta) = (1, \pi)$ における値

$$\frac{\partial z}{\partial \theta}(1, \pi)$$

を求めよ.

[4] 次の関数の極値をすべて求めよ.

$$f(x, y) = x^4 - 4xy + y^2$$