

- [1] 次の1階微分方程式の一般解を求めよ。ただし、(4)については一般解の公式に直接代入して求めた解答は零点とする。

$$(1) \quad \frac{dy}{dx} = y^2 \sin 2x$$

$$(2) \quad y' = x(y + y^2)$$

$$(3) \quad \frac{dy}{dx} = \frac{x - y}{x + 2y}$$

$$(4) \quad y' - 2y = xe^x$$

- [2] 密閉された空間内の温度の変化を微分方程式を通して考察する。時刻  $t$  における室温を  $x(t)$  とするとき、次の1階線形非同次微分方程式を考える。

$$x'(t) = -ax(t) + b, \quad t > 0$$

ここで、 $a, b$  は正の数で定数である。温度変化率  $x'(t)$  について、 $x'(t) > 0$  のときは温度が上昇の状態にあり、逆に  $x'(t) < 0$  のときは下降の状態にある。この方程式は  $x'(t) > 0$  のファクターとして熱源  $b > 0$  があり、空間の内から外に逃げる熱の様子を記述するファクターとして  $-ax(t) < 0$  がある。したがって、 $a$  は温度  $x(t)$  に対する冷却率を表す。

- 問題  $x(0) = 0$  (初期条件)のもとで特殊解を計算し、 $t \rightarrow \infty$  のときの(時間が十分に経ったときの)定常温度を求めよ。