[1]

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -9/2 \\ 3/2 \\ 1/2 \end{pmatrix}.$$

[2]

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1/4 & 1/4 & -1/4 \\ 11/4 & -5/4 & 1/4 \\ 1/2 & -1/2 & 1/2 \end{pmatrix}$$

[3] $\operatorname{rank} A = 3$.

[4] 拡大係数行列

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & b \\ -1 & a & 1 & 2 \\ 2 & 1 & -1 & 3 \end{pmatrix}$$

は基本変形により

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -3 & 3-b \\ 0 & 1 & 5 & 2b-3 \\ 0 & 0 & 3-5(a+1) & b+2-(2b-3)(a+1) \end{pmatrix}$$

になる．したがって

(i) $3-5(a+1) \neq 0$ ならば解はただひとつ．すなわち，$a \neq -2/5$.

(ii) $3-5(a+1) = 0$ かつ $b+2-(2b-3)(a+1) = 0$ ならば解は無数．すなわち，$a = -2/5$, $b = 19$.

(iii) $3-5(a+1) = 0$ かつ $b+2-(2b-3)(a+1) \neq 0$ ならば解を持たない．すなわち，$a = -2/5$ かつ $b \neq 19$.

さらに解を無数に持つ場合，拡大係数行列は

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -3 & -16 \\ 0 & 1 & 5 & 35 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

よって

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = t\begin{pmatrix} 3 \\ -5 \\ 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -16 \\ 35 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

[5] $x = -50$.

[6] AE_n の (i,j) 成分は

$$\sum_{k=1}^{n} a_{ik}e_{kj}.$$

$e_{kj} = 1$ $(k=j)$, $e_{kj} = 0$ $(k \neq j)$ であるので

$$\sum_{k=1}^{n} a_{ik}e_{kj} = a_{ij}e_{jj} = a_{ij}.$$

よって $AE_n = A$ を得る．$E_nB = B$ についても同様.