

# ベクトル解析 中間試験問題

1998/6/3(水)

- [1] ベクトル  $A = (-1, 2, -3)$ ,  $B = (4, 5, -1)$  について次の問に答えよ。
- (1)  $A$  の方向余弦を求めよ。ただし、 $A$  と同じ向き of 大きさ 1 のベクトルを  $A$  の方向余弦という。
  - (2) 内積  $(2A) \cdot (A - B)$  を求めよ。
  - (3) 外積  $(A + B) \times (2B)$  を求めよ。

- [2] スカラー場  $\varphi = x^2y + z \sin x$  に対して次の問に答えよ。
- (1) 勾配  $\nabla\varphi$  を求めよ。
  - (2) 点  $P(0, 2, 4)$  における  $\nabla\varphi$  を求めよ。
  - (3)  $u = (-1, \sqrt{2}, 1)$  方向の点  $P$  における方向微分係数を求めよ。
  - (4) このスカラー場  $\varphi$  を温度分布としたとき、点  $P$  において  $u$  方向に温度は上がっていると考えられるか、それとも下がっていると考えられるかを答えよ。

- [3] 位置ベクトル  $r = (x, y, z)$  に対して、 $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$  とおくと、発散

$$\nabla \cdot \left( \frac{\mathbf{r}}{r^2} \right)$$

を計算せよ。

- [4] ベクトル場  $A = (y \log z, ze^{2x}, xy^2)$  に対して、回転  $\nabla \times A$  を求めよ。

- [5] ある航空機の飛行位置が時刻を  $t$  としたときベクトル値関数

$$\mathbf{r}(t) = \left( e^{-t}, -2t + \frac{1}{t}, \log t \right)$$

で与えられている。次の問に答えよ。

- (1) 時刻  $t = 1$  のとき、航空機の位置を座標で表せ。
- (2) この航空機は時刻が十分経った時 ( $t \rightarrow \infty$ )、等速運動に近づくことを示せ。また、近づく速度をベクトルで与えよ。
- (3) (2) の結果から航空機は時間が十分に経つとどの方向に飛んでいるかを答えよ。ただし、 $x$  軸の正の向きを東とし、 $y$  軸の正の向きを北とする。