微分積分学 II 中間試験問題　1999.12.10(金)

[1] 関数

$$f(x,y)=\begin{cases}\dfrac{x^2y}{x^2+y^2}, & (x,y)\neq(0,0),\\ 0, & (x,y)=(0,0)\end{cases}$$

について次の問に答えよ。

(1) 偏微分係数 $f_x(0,0)$ と $f_y(0,0)$ を求めよ。

(2) $f(x,y)$ は $(0,0)$ で全微分可能で**ない**ことを示せ。ただし、$(0,0)$ で全微分可能であるとは

$$g(h,k)=f(h,k)-f_x(0,0)h-f_y(0,0)k-f(0,0)$$

と置いたときに

$$\lim_{(h,k)\to(0,0)}\frac{g(h,k)}{\sqrt{h^2+k^2}}=0$$

を満たすことをいう。

(3) $f(x,y)$ の $(0,0)$ での連続性について論じよ（連続である、連続でない、etc）。

[2]

$$z=e^x\cos y,\quad x=t^3,\quad y=\sqrt{1-t}$$

のとき、

$$\frac{dz}{dt}(-2)$$

を求めよ。

[3]

$$f(x,y)=(x^2+1)e^{-y}$$

の 3 次の Maclaurin の定理を求めよ。

[4]

$$f(x,y)=x^3+3xy-y^3$$

の極値を求めよ。