

授業中に示した結果については証明なしで用いてよい。

1. 関数列 $f_n(x) = x^2 e^{-nx}$ ($x \geq 0$) についてつぎの問に答えよ。

- (a) f_n の極限関数 f を求めよ。
- (b) 一様収束性 $f_n \rightrightarrows f$ on $\{x \geq 0\}$ を示せ。

2. 関数項級数 $f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin nx}{n^n}$ についてつぎの問に答えよ。

- (a) $f(x)$ は $x \in \mathbf{R}$ において一様収束することを示せ。
- (b) $\int_0^{\pi} f(x) dx$ を求めよ。

3. 整級数 $g(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)} x^n$ についてつぎの問に答えよ。

- (a) 収束半径を求めよ。
- (b) $0 < x < \frac{2}{3}$ で項別微分可能であることを説明せよ。さらに、計算をして微分係数 $g'(\frac{1}{2})$ を求めよ。
- (c) (a) で求めた収束半径 r について、 $|x| = r$ における収束性を論じよ。