

解答は結果だけでなく、それに至る過程も記述すること。

1. 次の常微分方程式の一般解を求めよ。

(a) $\frac{dy}{dx} = \frac{x}{x+y}$

(b) $\frac{d^2y}{dx^2} + 4\frac{dy}{dx} + 4y = 3\cos x$

(c) $\frac{dy}{dx} + 2y - e^{5x} = 0$

2. 次の常微分方程式の特殊解を求めよ。

(a) $x^2y' = xy + y^2, \quad y(1) = 1$

(b) $\begin{cases} x'(t) = 3x(t) - 4y(t) + 3 \\ y'(t) = -3x(t) + 4y(t) - 4 \end{cases}, \quad x(0) = 1, \quad y(0) = 1$

3. 化学物質 X, Y について、反応 $X \rightarrow Y$ を考える。

(a) X の時刻 t における濃度を $x(t)$, 反応速度を $a > 0$ とするとき, $x(t)$ のみたすべき微分方程式を作れ。

(b) 初期条件 $x(0) = x_0 > 0$ に対して, 半減期 T_0 を a を用いて表せ。