

(注意)

- 解答はすべて解答用紙に書くこと。
- 番号順に解かなくてもよい。解きたい順に解答して構わない。
- 解答は結果だけでなく、それに至る過程を記述すること。

1. \mathbf{R}^2 の矩形 $\Omega = [a, b] \times [c, d]$ 上で与えられる連続関数 $f(x, y)$ の重積分 $\iint_{\Omega} f(x, y) dx dy$ を定義せよ。

2. 累次積分の積分の順序を交換せよ。 $\int_0^3 \left(\int_{y-3}^{\sqrt{12y}} f(x, y) dx \right) dy$

3. k を実数とする。 $\int_0^{\infty} k e^{-\frac{x^2}{2}} dx = \frac{1}{2}$ をみたすように k の値を定めよ。

4. $\Omega = \{(x, y) : -x \leq y \leq x, (x-1)^2 + y^2 \leq 1\}$ とする。重積分 $\iint_{\Omega} \sqrt{x^2 + y^2} dx dy$ を求めよ。

5. a, b, c, d を実数とする。一次変換 $x = au + bv, y = cu + dv$ のもとで、変数変換の公式

$$\iint_{\Omega} f(x, y) dx dy = \iint_D f(x(u, v), y(u, v)) |J| du dv, \quad x = x(u, v), \quad y = y(u, v)$$

に現れる $|J|$ を求め、それは変換に関して何を表す量であるか (実例を交えて) 説明せよ。