

(注意)

- 解答はすべて解答用紙に書くこと。
- 番号順に解かなくてもよい。解きたい順に解答して構わない。
- 解答は結果だけでなく、それに至る過程を記述すること。

1. 連続関数 $f(x)$ を区間 $[a, b]$ で考える。 $a \leq x \leq b$ に対して $S(x) = \int_a^x f(t)dt$ で $S(x)$ を与える。

(1) 積分の平均値の定理を用いて $S'(x) = f(x)$ を導け。

(2) $f(x)$ の原始関数 $F(x)$ に対して $\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$ を示せ。

2. $p > 0$ について、 $\int_1^\infty \frac{1}{x^p} dx$ が広義積分可能であるための必要十分条件を求めよ。

3. 不定積分 $\int \frac{2x^2 - x - 1}{x^2 - 4x + 6} dx$ を求めよ。

4. 不定積分 $\int x^5 e^{-x^2} dx$ を求めよ。

5. 置換積分を用いて $\int_0^{\pi/6} \sin^2 x \cos^3 x dx$ を求めよ。

6. $f(x) = x^3$ が区間 $[0, 1]$ で定積分可能であることを定義に従って示せ。