(注意)

- 解答はすべて解答用紙に書くこと.
- 番号順に解かなくてもよい. 解きたい順に解答して構わない.
- 解答は結果だけでなく, それに至る<u>過程を記述すること</u>.

I 次の問 (1,2,3) を<u>すべて</u>答えよ.

1. つぎの級数の収束を判定せよ. ただし, 理由を述べること.
(1) $\displaystyle\sum_{k=1}^{\infty}\frac{2^k}{k!}$ (2) $\displaystyle\sum_{k=1}^{\infty}\frac{k}{k+1}$ (3) $\displaystyle\sum_{k=2}^{\infty}\left(1-\frac{1}{k}\right)^{k^2}$

2. 無限級数 $1-\frac{1}{\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{3}}-\frac{1}{\sqrt{4}}+\frac{1}{\sqrt{5}}-\cdots$ は収束するが, 絶対収束しないことを説明せよ.

3. 次で与えられる $\mathbb{R}^2$ の部分集合は開集合, 閉集合, そのどちらでもない, のどれであるか, 理由を述べて答えよ.
(1) $A=\{(x,y):x^2+y^2<4\}$ (2) $B=\{(x,y):0\le x<1,\ y=x^2\}$

II 次の問 (4,5,6) のうち<u>2問を選んで</u>答えよ.

4. 関数 $f(x,y)=\dfrac{xy}{\sqrt{x^2+y^2}}$ は $(0,0)$ において連続的拡張をもつか？もつならば定義せよ.

5. $f(x,y)=\sin(x-3y)$ はどの点 (x_0,y_0) においても全微分可能であることを示し, $(\frac{\pi}{4},0,f(\frac{\pi}{4},0))$ における接平面の方程式を求めよ.

6. $f(x,y)=\dfrac{y^2}{x}$ の 3 次以下の偏導関数をすべて求めよ.

III 次の問 (7,8) のうち<u>1問を選んで</u>答えよ.

7. $A^c=\mathbb{R}^2\setminus A$ が開集合のとき A を閉集合という. さて, A が閉集合とすると「$\mathbf{x}_n\in A$ かつ $\mathbf{x}_n\to\mathbf{x}_0$ ならば $\mathbf{x}_0\in A$」が成立することを示せ.

8. 関数 $f(x,y)=\begin{cases}\dfrac{xy^4}{x^2+y^2}, & (x,y)\neq(0,0)\\ 0, & (x,y)=(0,0)\end{cases}$ の $(0,0)$ における連続性, 全微分可能性, C^1 級であるか, について判定せよ.