$\boxed{1}$ $f(x,y)=\dfrac{1}{1+x^2+xy-y^2}$ と 点 $\mathrm{P}(1,1)$ について，

(1) P における f の全微分を求めよ．

(2) (1) を利用して $f(1+10^{-2}, 1-4\cdot 10^{-2})$ の近似値を求めよ．

$\boxed{2}$ m は自然数で，$f(x,y)=\begin{cases} \dfrac{xy^m}{x^2+y^2}, & (x,y)\neq(0,0) \\ 0, & (x,y)=(0,0) \end{cases}$ を考える．f が $(0,0)$ で全微分可能であるとき，最小の m を求めよ．

$\boxed{3}$ $f(x,y)=3x^2-xy+y^2$ と $g(x,y)=\dfrac{y}{x}$ の方向微分係数を点 $(1,-1)$ において考える．f の方向微分係数が最大となる方向を $\mathbf{u}$ とする．方向 $\mathbf{u}$ の g の方向微分係数を求めよ．

$\boxed{4}$ C^2 級の $z=f(x,y)$ と $x=r\cos\theta$, $y=r\sin\theta$ の合成を考える：

$$z(r,\theta)=f(r\cos\theta, r\sin\theta)$$

(1) $z_x^2+z_y^2=z_r^2+\left(\frac{1}{r}z_\theta\right)^2$ を導け．

(2) $z_{r\theta}\left(1,\frac{\pi}{2}\right)$ を f を用いて表せ．

次の $\boxed{5}$ $\boxed{6}$ $\boxed{7}$ のうち，1 問を選択して答えよ．

$\boxed{5}$ $f(x,y)$ が (x_0,y_0) で C^1 級とする．このとき，(x_0,y_0) で全微分可能であることを示せ．

$\boxed{6}$ $f(x,y)$ が C^2 級ならば $f_{xy}(x,y)=f_{yx}(x,y)$ であることを示せ．

$\boxed{7}$ $f(x,y)=y^2-4x^2$ について考える．

(1) 高さ $c=0,1,4,9$ の等高線 $f(x,y)=c$ を描け．

(2) $c=4$ とする．等高線上の点 (x_0,y_0) において等高線に接する直線を考える．このとき，直線の傾きを表す方向ベクトル $\mathbf{u}$ と 勾配 $\nabla f(x_0,y_0)$ は直交することを示せ．