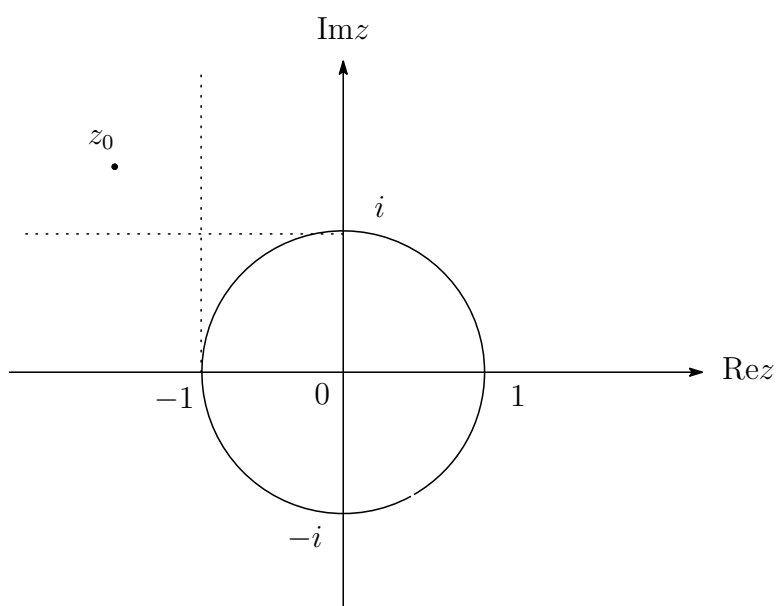


i は虚数単位を表す． C は複素数全体を表し， N は自然数全体を表す．複素数 z に対して $\operatorname{Re}z, \operatorname{Im}z$ はそれぞれ z の実部，虚部を表す．

- 1 $z^4 = -1 + \sqrt{3}i$ を解き，解を複素数平面上に図示して，解を線分で結んでできる図形を答えよ．
- 2 三角関数 $w = \cos z$ について
- (1) 定義をかけ．
 - (2) $\cos z$ は正則な関数であることを示し，導関数を求めよ．
 - (3) $z = x + 2i, x : -\frac{\pi}{2} \rightarrow 0$ を動くとき， w に軌跡をかけ（向きも含めて）．
- 3 $z_0 \in C$ を一次分数関数 $w = \frac{-2iz + i - 1}{z - i}$ で写す．図のように z_0 を取るとき，できるだけ正確に写る点を図示せよ．



- 4 $n \in N, r > 0, z_0 \in C$ に対して，複素積分の定義に従って

$$\int_C \frac{1}{(z - z_0)^n} dz, \quad C : z(t) = z_0 + re^{it}, \quad t : 0 \rightarrow 2\pi$$

を計算せよ．

- 5 $f(z) = \frac{1}{(z - 1)^3(z + 1 + 2i)}$ を考える．
- (1) $f(z)$ の特異点を求め，その留数を計算せよ．
 - (2) 曲線 $C : z(t) = 3e^{it}, t : 0 \rightarrow 2\pi$ について， $\int_C f(z) dz$ を計算せよ．