

1. 次の 1 階方程式の一般解を求めよ .  $y' = y(1 - y)$
2. 次の 1 階方程式の特殊解を求めよ .  $y' - y = \sin x, y(0) = 1$
3. 次の 2 階方程式の一般解を求めよ .  $y'' - 6y' + 9y = e^{3x}$
4. 崩壊の方程式  $x'(t) = -kx(t), x(0) = x_0 > 0$ , ただし  $k$  は正の定数, を考える . 半減期  $T^*$  を  $k$  を用いて表せ .
5. 質量  $m$  の質点の自由落下の問題を考える .  $x$  軸は鉛直上向きを正に取り, 時刻  $t$  における質点の位置を  $x(t)$  とする . 質点は速度に比例して (比例定数  $\gamma > 0$ ) 速度の逆向きに空気抵抗を受ける .
  - (1) ニュートンの運動方程式に従って  $x(t)$  がみたす微分方程式をたてよ .
  - (2)  $m = 1$  と簡略化する . 初期条件  $x(0) = 0, x'(0) = 0$  のもとで特殊解を求め,  $t \rightarrow \infty$  における質点の運動を説明せよ .
6. 質量  $m$  の質点について, 位置  $x(t)$  に関する復元力と, 速度  $x'(t)$  に関する抑制力による運動を考える . それぞれの関係は比例関係であるとする (比例定数をそれぞれ  $k, \gamma > 0$  とする) .
  - (1) この運動を  $x(t)$  の微分方程式として表せ .
  - (2)  $m = 1$  と簡略化する . このとき, 運動が減衰振動になるための  $k, \gamma$  の条件を求めよ .