1. 自然数 n に対して，関数

$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{xy^n}{x^2+y^2}, & (x,y) \neq (0,0) \\ 0, & (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

の $(0,0)$ における次の可能性を論じよ．

(1) 連続

(2) 偏微分可能

(3) 全微分可能

(4) C^1 級

2. $f(x,y) = y^2 \sin(\frac{\pi}{2}xy)$ の点 $(1,2)$ における全微分を求めよ．また全微分に基づいて $f(1-10^{-2}, 2+3\cdot 10^{-2})$ の近似値を求めよ．

3. C^2 級の $z = f(x,y)$ と $x = r\cos\theta$, $y = r\sin\theta$ の合成を考える：

$$z(r,\theta) = f(r\cos\theta, r\sin\theta)$$

このとき 2 次偏導関数 $\dfrac{\partial^2 z}{\partial r \partial \theta}$ を求めよ．

4. 2 つの関数 $f(x,y) = x^2 - y^3 + 1$, $\quad g(x,y) = \dfrac{1}{x^2+y-3}$ がある．点 $\mathrm{P}(-2,1)$ において方向微分係数を考える（方向 $\mathbf{u} = (\alpha, \beta)$, $\alpha^2+\beta^2 = 1$）．f の方向微分係数が最大となるように $\mathbf{u}$ を取る．

(1) そのときの g の方向微分係数を求めよ．

(2) g の方向微分係数が 0 になる方向と $\mathbf{u}$ とのなす角 θ を求めよ．

以上