

1. 次の関数の中から一様連続なものを選び，証明をせよ．

(a) x^2 ($x \geq 1$)

(b) $\sin x$ ($x \in \mathbf{R}$)

(c) $\frac{x-1}{x}$ ($x \geq 1$)

2. 次の問に答えよ．

(1) ロルの定理，平均値の定理をかけ．

(2) ロルの定理から平均値の定理を導け．

3. マクローリンの定理を用いて，次の不等式を導け．

$$x - \frac{x^3}{6} < \sin x < x, \quad 0 < x < \pi.$$

4. $f(x) = x^2 e^{-3x}$ について次の問に答えよ．

(1) $y = f(x)$ のグラフの概形をかけ．ただし，増減，凸性， $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x)$ を調べる
こと．

(2) $f(x)$ の n 次導関数を求めよ．

(3) $x > 0$ とする． $f(x)$ はマクローリン展開可能であることを示せ．