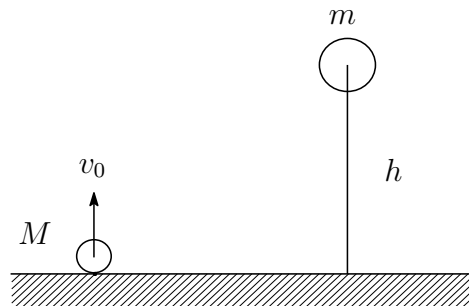


1. 1 階常微分方程式  $y' = \frac{x}{y}$ ,  $y(0) = -3$  の特殊解を求め, そのグラフをかけ.
2. 1 階常微分方程式  $y' + \frac{y}{x} = e^{-x}$  の一般解を求めよ.
3. 次の 2 階常微分方程式を考える:  $y'' - 2y' + y = x^3$ 
  - (a)  $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$  ( $a, b, c, d \in \mathbf{R}$ ) の中で方程式の解を見つけよ.
  - (b) 与えられた方程式の一般解を求めよ.
4. 質量  $M$  のボール (以下  $M$  と記す) を地面から真上に速さ  $v_0$  で投げ上げる. 一方, それと同時に, 質量  $m$  のボール (以下  $m$  と記す) を地面から高さ  $h$  の場所で速さ 0 で自由落下させる. 重力加速度は  $g$  とする. 次の問に答えよ.
  - (a)  $M$  に働く力は自重のみとする.  $M$  が地面に落ちる時刻  $t_0$  を求めよ.
  - (b)  $m$  は非常に軽いため, 自重の他に空気抵抗を無視できない. 空気抵抗の大きさはボールの速さに比例する. 比例定数を  $\gamma > 0$  とする  
 $m$  と  $M$  が 同時に 地面に到達するとき,  $h$  を  $v_0$  で表し,  $\ell = \lim_{v_0 \rightarrow \infty} \frac{h}{v_0}$  を求めよ<sup>1</sup>.



<sup>1</sup> $\ell$  は  $v_0$  が十分に大きいときの  $h$  の  $v_0$  に対する割合