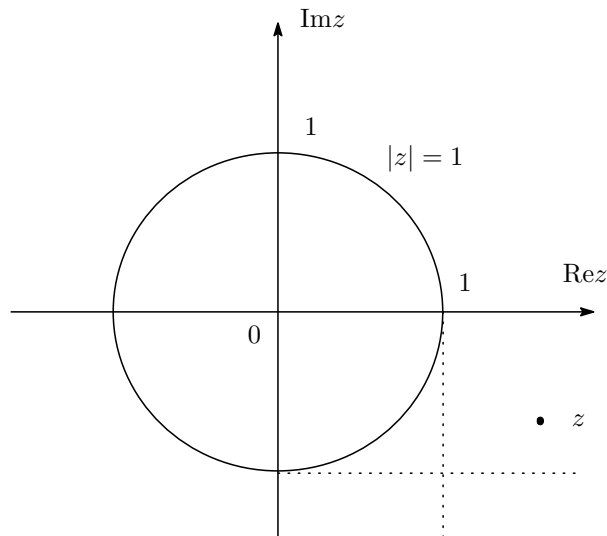


i は虚数単位を表す． C は複素数全体を表す．複素数 z に対して $\operatorname{Re}z, \operatorname{Im}z$ はそれぞれ z の実部，虚部を表す． $\bar{z}, |z|$ はそれぞれ z の複素共役，絶対値（大きさ）を表す．

- 等式 $|z|^2 = z\bar{z}$ について，
 - 導け．
 - 複素数平面を書いて，積の幾何学的性質のしたがって等式を説明せよ．
- $z^4 = -1 - i$ を解いて，解を複素数平面上にかけ．
- 次の演算による複素数 w を複素数平面上に示せ．ただし， z は下の図にあるようにとる．

$$w = \frac{-iz - 1 - i}{z + 2 - i}$$



- $f(z) = u(x, y) + iv(x, y)$, $z = x + iy$ が正則ならば $f'(z) = u_x(x, y) + iv_x(x, y)$ であることを示せ．
- $e^z = 1 + i\sqrt{3}$ を解け．ただし，虚部 $\operatorname{Im}z$ は $-\pi < \operatorname{Im}z \leq \pi$ をとるものとする．
- 三角関数 $w = \cos z$ について次の各問に答えよ．
 - $\cos z$ の定義をかけ．
 - $\cos z$ は C で正則であることを示せ．
 - $z = x - i$, $x: \frac{\pi}{2} \rightarrow 0$ を動くとき， w が動く軌跡をかけ（向きも含めて）．