

1. $f(x, y) = (x + 2y^2)e^{x^2-y}$ について次の各問に答えよ .
 - (a) $(-1, 1)$ で全微分可能であることを示し, 全微分を求めよ . また, 全微分に従って $f(-1.01, 0.99)$ の近似値を求めよ .
 - (b) 3 次以下の偏導関数をすべて求めよ .
 - (c) $f(x, y)$ と一次関数 $x = x_0 + th, y = y_0 + tk$ の合成 $z(t)$ を考える . $(x_0, y_0) = (1, 1)$ のとき, $z'''(0)$ を求めよ .
2. $f(x, y) = \sqrt{|xy|}$ の $(0, 0)$ における連続性, 偏微分可能性, 全微分可能性について真偽を判定せよ .
3. 全微分可能な関数 $f(x, y)$ の (x_0, y_0) における方向 $\mathbf{u} = (\alpha, \beta)$, $|\mathbf{u}| = 1$, に関する方向微分係数を $f'_{\mathbf{u}}(x_0, y_0)$ と記す .
 - (a) $f'_{\mathbf{u}}(x_0, y_0) = \nabla f(x_0, y_0) \cdot \mathbf{u}$ となることを示せ . ただし, “ \cdot ” は 2 つのベクトルの内積を表す .
 - (b) $f(x, y) = x^2 + xy + y^3$, $(x_0, y_0) = (1, -1)$ とする . $f'_{\mathbf{u}}(1, -1)$ が次の条件をみたすとき, 方向 \mathbf{u} を求めよ .
 - (i) 最大となる
 - (ii) 最小となる
 - (iii) 0 である