1. 次の各問に答えよ．

   (a) 閉区間 $[a,b]$ で有界な関数 $f(x)$ に対して，定積分 $\int_a^b f(x)dx$ を定義せよ．その際，リーマン和，上積分，下積分についての記述を含めること．

   (b) (a) の定義に従って $[a,b]$ 上の連続関数 $f(x)$ は定積分可能であることを示せ．

2. $[a,b]$ で連続な関数 $f(x)$ に対して $S(x) = \int_a^x f(t)dt$ で $S(x)$ を定義する．次の各問に答えよ．定積分の基本性質を用いるときはどの性質を用いるかを明記せよ．

   (a) $S'(x) = f(x)$ を導け．

   (b) $f(x)$ の任意の原始関数 $F(x)$ に対して $\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$ であることを導け．

3. 次の不定積分，定積分を計算せよ．不定積分の任意定数は略してよい．

   (a) $\displaystyle\int x^2 \arctan x \, dx$

   (b) $\displaystyle\int_1^{e^2} \frac{(\log x)^m}{x} dx, \quad m = 1, 2, 3, \ldots$

4. 関数 $f(x) = (x-1)e^x$ について次の各問に答えよ．

   (a) $x_0 = -1$ における 4 次のテイラーの定理をかけ．ただし，剰余項は R_4 と記述してよい．

   (b) (a) の結果に従って $(-1, f(-1))$ の近くの $y = f(x)$ のグラフの形状を推定して，(x, y) 平面に図示せよ．