

1.  $\alpha > 0$  として  $\int_0^{\frac{1}{2}} \frac{1}{(1-2x)^\alpha} dx$  の収束を判定せよ. 収束する場合は値を求めよ.
2. ガンマ関数  $\Gamma(s) = \int_0^\infty x^{s-1} e^{-x} dx$ ,  $s > 0$  について  $\Gamma(n) = (n-1)!$ ,  $n = 1, 2, 3, \dots$  を数学的帰納法で示せ. ただし,  $\int_0^\infty e^{-x} dx = 1$  は既知としてよい.
3. 正項級数  $\sum_{k=1}^\infty a_k$  が  $\lim_{k \rightarrow \infty} \sqrt[k]{a_k} = r > 1$  を満たすならば  $\infty$  に発散することを証明せよ.
4.  $\sum_{k=1}^\infty \frac{100^{2k+1}}{k!}$  の収束を判定せよ.
5.  $\sum_{k=1}^\infty \frac{1}{k^{4/3}}$  の収束を判定せよ.
6.  $\sum_{k=3}^\infty \left(1 - \frac{2}{k}\right)^{-k^2}$  の収束を判定せよ.
7. 条件収束級数の定義を述べよ.
8. 交代級数のうち, 絶対収束する級数を具体的に挙げよ.