

(注意)

- 解答はすべて解答用紙に書くこと.
  - 番号順に解かなくてもよい. ただし, 大問ごとにまとめること.
  - 解答は結果だけでなく, それに至る過程を記述すること.
1. 関数  $f(x)$  が  $x_0$  で微分可能であることの解析的な定義を述べよ. また, この定義に従って  $f(x) = x^n$  ( $n \in \mathbb{N}$ ) の導関数を求めよ.
  2. 関数  $f(x) = \frac{3x+2}{x+2}$  の  $x_0 = 2$  における接線の方程式を求めよ. また, 接線の方程式に基づき  $f(2.01)$  の近似値を小数で求めよ.
  3. 関数  $y = 2x^2 - 4x$  ( $0 \leq x \leq 1$ ) の逆関数が存在するか判定せよ. もし存在するならば逆関数を求めて, 座標平面内にそのグラフをかけ.
  4. 恒等式  $\arccos x + \arcsin x = \frac{\pi}{2}$  を導け.
  5. 関数  $f(x) = \cos(\sin(x^2))$  ( $x \in \mathbb{R}$ ) について
    - (a)  $y = f(x)$  の値域を求めよ.
    - (b)  $f(x)$  の導関数を求めよ.
  6. 各問に答えよ.
    - (a)  $a > 0, a \neq 1$  のとき,  $a$  の  $n$  乗根  $\sqrt[n]{a}$  ( $n \in \mathbb{N}$ ) の定義を述べよ.
    - (b)  $m, n \in \mathbb{N}$  のとき,  $(a^{\frac{1}{n}})^{\frac{1}{m}} = a^{\frac{1}{mn}}$  を導け. ただし, 授業で証明した  $(a^{\frac{1}{n}})^m = a^{\frac{m}{n}}$  は既知として用いてよい.
  7. 極限值  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{100^n}{n!}$  の結果を述べてその証明をせよ.