

1. 関数 $f(x, y) = \frac{xy^3}{x^2 - y}$ において, $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1, 2+h) - f(1, 2)}{h}$ の値を求めよ.

2. 関数 $f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy}{\sqrt{x^2 + y^2}}, & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0, & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$ において, $(0, 0)$ で連続であるか否か判定せよ.

3. 関数 $f(x, y) = x^2 \log |x - 2y|$ において,
 - (a) 定義域を求め, xy 平面に図示せよ.
 - (b) $(x_0, y_0) = (1, 2)$ において全微分可能であることを示せ.
 - (c) $(1, 2, f(1, 2))$ における接平面の方程式を求めよ.

4. 関数 $f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy(x^2 - y^2)}{x^2 + y^2}, & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0, & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$ において,
 - (a) $(0, 0)$ における全微分可能性を調べよ.
 - (b) $f_{xy}(0, 0) = f_{yx}(0, 0)$ が成立するか調べよ.

5. 点 (x_0, y_0) におけるベクトル $\mathbf{u} = (\alpha, \beta)$, $|\mathbf{u}| = 1$, の方向の方向微分係数を $f'_{\mathbf{u}}(x_0, y_0)$ とかく.
 - (a) $f'_{\mathbf{u}}(x_0, y_0)$ の定義をかけ.
 - (b) $f'_{\mathbf{u}}(x_0, y_0) = \alpha f_x(x_0, y_0) + \beta f_y(x_0, y_0)$ を導け.