1. 次の各問に答えよ．

   (a) 有理数全体 $\mathbf{Q}$ は稠密性をもつ，とはどういう性質か説明せよ．

   (b) 数列の上極限を定義せよ．ただし，次の語句を含めること．

   有界数列，部分列，ボルツァノ・ワイエルシュトラスの定理

   (c) 数列がコーシー列であることの定義を述べよ．

   (d) 極限値 $\displaystyle\lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{n}\right)^n = e$ の存在はどのような事実に基づいて示されるか述べよ（証明をもとめているのではない）．

2. 次の各問に答えよ．

   (a) 上に有界な集合の上限を定義せよ．

   (b) (a) で述べた<u>定義に従って</u> 次の集合 $A$ の上限を求めよ．

$$A = \left\{1 - \frac{1}{n} : n = 1, 2, 3, \dots\right\}$$

3. $a_n = \dfrac{2n+1}{1-3n}$ が $-\dfrac{2}{3}$ に収束することを $\varepsilon - N$ 法で検証したい．そこで

$$n \geq N \ \ \text{ならば} \quad \left|a_n - \left(-\frac{2}{3}\right)\right| < 10^{-2}$$

   を満たす $N$ を一つ決定せよ．

4. 関数 $f(x) = [x]$ $(x \in \mathbf{R})$ において，右連続な点，左連続な点，連続な点をすべて挙げよ．

5. $a_{n+1} = \sqrt{2 + a_n}$ $(n = 1, 2, 3, \dots)$, $a_1 = \dfrac{1}{4}$ を満たす数列 $a_n$ は収束することを示し，極限値を求めよ．