

1 関数 $f(x, y) = xy(1 - 2x - y)$ と点 $P(2, -2)$ について次の各問に答えよ.

- (1) P における f の方向微分係数が最大となる方向 \mathbf{u} (ただし, $|\mathbf{u}| = 1$) を求めよ. また, xy 平面に \mathbf{u} を P を始点としてかけ.
- (2) $f(P)$ と同じ高さの f の等高線を考える. P と異なる等高線上の点 $Q(x_0, y_0)$ をひとつ求めて, Q の近傍で等高線は x の関数のグラフとして表せるか答えよ. 表せるならば, その関数の Q での増減, 凸性を調べてグラフの概形をかけ. なお, 授業で扱った結果を用いる場合には前提となる条件を明示すること.
- (3) f の極値をすべて求めよ.

2 関数 $f(x, y) = (x + y)e^{x-2y}$ について次の各問に答えよ.

- (1) f の 3 次のマクローリンの定理をかけ. ただし, 剰余項は R_3 とかけばよい.
- (2) f の $(0, 0)$ におけるグラフの形状を述べよ. 接平面に対してグラフがどのように現れるかを記述せよ.

3 条件 $4x^2 + y^2 = 1$ のもとで, $f(x, y) = xy$ の極値を求めよ.