

1 次の各問に答えよ.

- (1) ロルの定理をかけ.
- (2) ロルの定理から平均値の定理を導け.

2 $f(x) = x^3$ ($-2 < x < 3$) は一様連続であることを示せ.

3 $f(x) = e^{-x} \sin x$ について次の各問に答えよ.

- (1) $x = 0$ における 2 次近似多項式 $g(x)$ を求めよ.
- (2) $f(x) > g(x)$ ($0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$) を示せ.

4 次の各問に答えよ.

- (1) 4 次方程式 $x^4 - 6x^3 + 2x^2 - 3x = 1$ は少なくとも正の解, 負の解をそれぞれ一つずつもつことを示せ.
- (2) $(x - 1) \log x \sim (\sin(x - 1))^2$, $x \rightarrow 1$ を示せ. ただし, $f(x), g(x) \rightarrow 0$, $x \rightarrow 0$ のとき, $f(x) \sim g(x)$, $x \rightarrow 0$ は同位の無限小を表す.

5 $f(x) = \sin 2x$ について次の各問に答えよ.

- (1) n 次導関数 $f^{(n)}(x)$ を求めよ. 予想をして n 次導関数を決定した場合は数学的帰納法で検証すること.
- (2) $f(x)$ は マクローリン級数展開可能であることを示せ.