

i は虚数単位を表す. \mathbb{C} は複素数全体, \mathbb{R} は実数全体を表す. 複素数 z に対して \bar{z} は z の複素共役を表す. $\operatorname{Re}z$, $\operatorname{Im}z$ はそれぞれ z の実部, 虚部を表す. $|z|$ は z の絶対値を表し, $\arg z$ は z の偏角を表す.

- 1 \mathbb{C} が \mathbb{R} の拡張であることを説明せよ.
- 2 $(-1 + 3i)\overline{(2 + \frac{3}{i})}$ を計算して, 複素数平面に図示せよ.
- 3 等式 $\frac{z - \bar{z}}{2i} = \operatorname{Im}z$ を複素数平面上において幾何的に示せ.
- 4 n を自然数とする. $z_0 = \left(-\frac{3\sqrt{3}}{2} + \frac{3}{2}i\right)^n$ が実数となる最小の n と, そのときの z_0 を求めよ.
- 5 $\operatorname{Re}z > 1$ をみたす z を勝手に取り, $w = \frac{(-2 + i)z + 2 + 5i}{z - 2i}$ による z の像をできるだけ正確に図示せよ.
- 6 i と -1 を通る直線を ℓ とする. 次の各問に答えよ.
 - (1) ℓ の方程式 $\alpha z + \bar{\alpha}\bar{z} + c = 0$ ($\alpha \in \mathbb{C}, c \in \mathbb{R}$) を求めよ.
 - (2) ℓ の関数 $w = \frac{1}{z}$ による像を求めて, w -平面に図示せよ.