(注意)

- 解答はすべて解答用紙に書くこと（計算用紙は回収しない）.
- 番号順に解かなくてもよい．ただし，大問ごとにまとめること.
- 解答は結果だけでなく，それに至る過程を記述すること.

$\boxed{1}$ 関数 $f(x) = -x^4 + 3x^3 - 5x^2 + 2x + 1$ の $x_0 = 1$ における接線の方程式を求めよ．また，接線の方程式に基づき $f(0.98)$ の近似値を小数で求めよ.

$\boxed{2}$ 次の各問に答えよ.

(1) 導関数の定義に従って $\cos x$ の導関数を導け．$\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{\sin x}{x} = 1$ は用いてよい.

(2) (1) の結果と等式 $\sin x = \cos\left(x - \frac{\pi}{2}\right)$ から $\sin x$ の導関数を導け.

(3) $\tan x$ の導関数を導け.

$\boxed{3}$ 関数 $f(x) = -\dfrac{6x}{2x-1}\ \left(x < \dfrac{1}{2}\right)$ の逆関数が存在することを示して，逆関数 $y = f^{-1}(x)$ のグラフをかけ.

$\boxed{4}$ $\arctan\dfrac{1}{2} + \arctan\dfrac{1}{3} = \dfrac{\pi}{4}$ を導け.

$\boxed{5}$ 次の各問に答えよ.

(1) $\sqrt{6}$ が無理数であることを証明せよ.

(2) 次の命題を証明せよ.「有理数 p, q について，$p + q\sqrt{6} = 0$ ならば $p = q = 0$ である」

$\boxed{6}$ 正の有理数 p, q について，$a^p a^q = a^{p+q}$ を導け．ただし，自然数 m, n に対して，有理数べき $a^{\frac{m}{n}}$ は $a^{\frac{m}{n}} = (a^m)^{\frac{1}{n}}$ で定義する．自然数べきに対する指数法則は仮定する．授業で証明した $a^{\frac{m}{n}} = (a^{\frac{1}{n}})^m$ は用いてよい.

$\boxed{7}$ 指数法則と対数関数の定義のみを用いて $\log_a x^p = p\log_a x$ を導け.

$\boxed{8}$ $\displaystyle\lim_{n\to\infty}\frac{(1.001)^n}{n^7} = \infty$ を証明せよ.