

(注意)

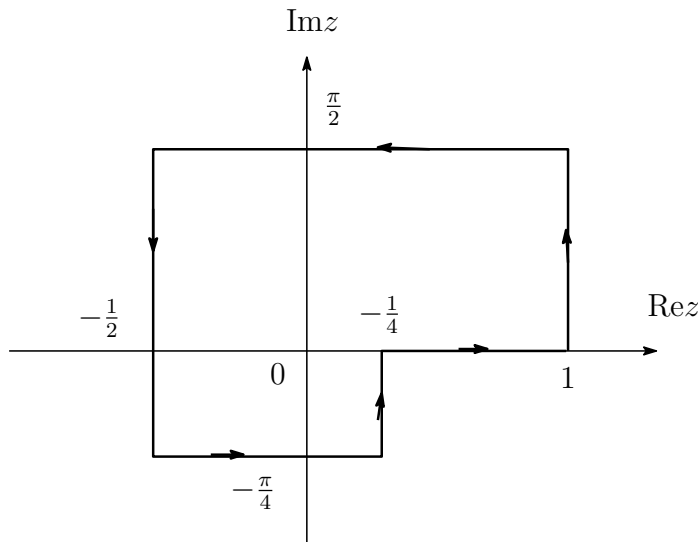
- 解答はすべて解答用紙にかくこと。
- 番号順に解かなくてもよい。解きたい順に解答して構わない。ただし、大問毎にまとめること。
- 解答用紙には学生番号、氏名を忘れずにかくこと。
- 解答は結果だけでなく、それに至る過程を記述すること。

i は虚数単位を表す。複素数 z に対して \bar{z} はその複素共役を表し、 $\operatorname{Re}z$, $\operatorname{Im}z$ はそれぞれ実部, 虚部を表す。

1 次関数の正則性を調べ、正則ならば導関数を求めよ。

$$f(z) = \frac{y}{x^2 + y^2} + \frac{x}{x^2 + y^2}i \quad (z = x + yi \neq 0)$$

2 指数関数 $f(z) = e^z$ について、 $z = 1$ を起点として、下図の矢印で示した経路にしたがって z が動き、 $z = 1$ に戻るとき、 e^z の描く図形を複素数平面上にかけ。



3 複素数変数 $z = x + iy$ の三角関数 $\sin z$ の定義から $\sin z = u(x, y) + iv(x, y)$ と表す。

- (1) $u(x, y), v(x, y)$ を求めよ。
- (2) $(\sin z)' = \cos z$ を導け。

4 次の各問に答えよ。

- (1) $e^z = -1 + \sqrt{3}i$ を満たす複素数 z をすべて求めよ。
- (2) (1) の結果から $\log(-1 + \sqrt{3}i)$ の値を求めよ。ただし、対数は主値をとるとする。