(注意)
- 解答はすべて解答用紙にかくこと.
- 番号順に解かなくてもよい. 解きたい順に解答して構わない. ただし, 大問毎にまとめること.
- 解答用紙には学籍番号, 氏名を忘れずにかくこと.
- 解答は結果だけでなく, それに至る過程を記述すること.

$\boxed{1}$ 次の各問に答えよ.

(1) 集合 A について, $\mathbf{x}_n \in A, \mathbf{x}_n \to \mathbf{x}_0$ ならば $\mathbf{x}_0 \in A$ であるとする. このとき, A は $\mathbb{R}^2$ の閉集合であることを示せ.

(2) $f(x,y) = \cos(2x-3y)\pi$ の $(x_0, y_0) = (\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$ における全微分を求めよ. また, 求めた全微分を用いて $f(0.4, 0.6)$ の近似値を求めよ.

(3) 極座標との合成を考える:$z = f(r\cos\theta, r\sin\theta)$. いま, $f_x(\sqrt{3}, 1) = 2$, $f_y(\sqrt{3}, 1) = 3$, $f_{xx}(\sqrt{3}, 1) = -1$, $f_{xy}(\sqrt{3}, 1) = f_{yx}(\sqrt{3}, 1) = 4$, $f_{yy}(\sqrt{3}, 1) = -2$ であるとき, $\dfrac{\partial^2 z}{\partial r \partial \theta}(2, \frac{\pi}{6})$ の値を求めよ.

$\boxed{2}$ 関数

$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{xy(x^2-y^2)}{x^2+y^2}, & (x,y) \neq (0,0) \\ 0, & (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

について,

(1) $(0,0)$ における全微分可能性を調べよ.

(2) $(0,0)$ において C^1 級であるか調べよ.

(3) $f_{xy}(0,0) \neq f_{yx}(0,0)$ を計算により示せ.

$\boxed{3}$ $f(x,y) = 100 - x^2 - y^2$ について, 次の各問に答えよ.

(1) 勾配 $\nabla f(8, -2)$ を計算して求めよ. また, xy 平面に $\mathrm{P}(8, -2)$ を通る f の等高線を描き, P を始点としてベクトル $\nabla f(8, -2)$ を図示せよ.

(2) (1) の点 P におけるベクトル $\mathbf{a} = (-1, 4)$ 方向の方向微分係数を求めよ.

(3) (2) で求めた方向微分係数の値は, もしプラスの値であれば最大の方向微分係数の, マイナスの値であれば最小の方向微分係数の約何パーセントであるか ? 小数第一位を四捨五入して答えよ.