

(注意)

- 解答はすべて解答用紙にかくこと.
- 番号順に解かなくてもよい. 解きたい順に解答して構わない. ただし, 大問毎にまとめること.
- 解答用紙には学生番号, 氏名を忘れずにかくこと.
- 解答は結果だけでなく, それに至る過程を記述すること.

[1] 次の各問に答えよ.

(1)  $a_n = \frac{2n}{n+3}$  について,  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 2$  を  $\varepsilon - N$  法で示せ.

(2)  $a_n = \sin \frac{n\pi}{4}$  について, 上極限  $\limsup_{n \rightarrow \infty} a_n$ , 下極限  $\liminf_{n \rightarrow \infty} a_n$  を求めよ.

(3)  $(e^x)' = e^x$  を既知として,  $(\log x)' = \frac{1}{x}$  を導け.

[2] 集合  $A = \left\{ \frac{1}{n} + (-1)^n \frac{1}{3m} : n, m \in \mathbb{N} \right\}$  について, 次の各問に答えよ.(1)  $A$  は上に有界であることを示せ.(2)  $A$  の上限  $\sup A$  を求めて, それが正しいことを上限の定義にしたがって説明せよ.[3]  $a_{n+1} = \sqrt{6 + a_n}$ ,  $0 < a_1 < 3$  を満たす数列  $a_n$  について, 極限值  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$  が存在することを示せ.[4]  $a_n$  がコーシー列ならば収束することを説明せよ. ただし, 次の語句を含めること: 有界, ボルツァノ・ワイエルシュトラスの定理, 収束する部分列, 上極限, 下極限[5] 関数  $f(x)$  が右極限值  $\lim_{x \rightarrow x_0+0} f(x)$  をもつとき,  $\lim_{x \rightarrow x_0+0} f(x) = f(x_0)$  ならば  $x_0$  で右連続であるという (左連続も同様に定義).関数  $f(x) = [2-x]$  (ただし  $[t]$  は  $t$  を超えない最大の整数を表す) について, 次の各問に答えよ.

(1)  $[2-x] = \left[ \frac{x-2}{-1} \right]$  とみることができるから, 関数  $[2-x]$  のグラフは関数  $[x]$  のグラフを  $(a)$  により変形したものである.  $(a)$  に変形の仕方をかけ.

(2)  $0 < x < 3$  の範囲で  $f$  の連続な点, 右連続な点, 左連続な点をすべて求めよ.