$\boxed{1}$ 次の各問に答えよ．

(1) $x^{\cos x}$ の導関数を求めよ．

(2) $1-(t+1)e^{-t} = \mathrm{o}(\sin t),\ t \to 0$ を示せ．ただし，$f(t), g(t)$ が $t \to 0$ で無限小のとき，$f(t) = \mathrm{o}(g(t)),\ t \to 0$ は $f(t)$ が $g(t)$ の高位の無限小であることを表す．

(3) $f(x) = \sqrt{x}\ \ (x \geq 1)$ は一様連続であることを示せ．

$\boxed{2}$ 次の各問に答えよ．

(1) 有界閉区間 $[a,b]$ で連続な関数のもつ特徴的な性質を <u>4 つ</u> 挙げよ（箇条書きでよい）．

(2) (1) で挙げた性質の中でひとつを選んで，$[a,b]$ で連続 <u>でない</u> 関数では一般に成り立たないことを反例を示して説明せよ．

$\boxed{3}$ ロルの定理を仮定して平均値の定理を導け．

$\boxed{4}$ $f(x) = \log(1+x)$ について次の各問に答えよ．

(1) $x_0 = 0$ における $f(x)$ の 2 次近似多項式 $g(x)$ を求めよ．また，$f(x) < g(x)$ $(-1 < x < 0)$ を導け．

(2) n 次導関数 $f^{(n)}(x)$ を予想して数学的帰納法で検証せよ．

(3) $f(x)$ がマクローリン級数展開可能であるかを考える．$0 < x \leq 1$ で級数展開可能であることを示せ．また，この結果を用いて

$$\log 2 = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5} - \cdots$$

を示せ．