

1 $f(x, y)$ の停留点について次の各問に答えよ.

- (1) (x_0, y_0) が f の非退化停留点であることの定義を述べよ.
- (2) 適当に f を与えて, その関数の非退化停留点を求めよ. 結果のみでなく理由も述べること.

2 次の各問に答えよ.

- (1) $f(x, y) = \log(xy)$ の $(x_0, y_0) = (1, 1)$ における 3 次のテイラーの定理をかけ. ただし, 剰余項は R としてよい.
- (2) (1) の結果から $z = f(x, y)$ のグラフの $(1, 1, f(1, 1))$ における形状を述べよ.

3 辺の和が一定 (4ℓ) の直方体のなかで, 表面積が最大となるものを決定せよ.

4 $F(x, y) = x^4 - xy^2 + y - 2$ と点 $P(1, -1)$ について, $F(x, y) = F(1, -1)$ で定まる F の等高線を考える.

- (1) P と異なる等高線上の点 $Q(x_1, y_1)$ をひとつ求めよ (何でもよい).
- (2) Q における等高線の概形をかけ (増減, 凹凸を調べること). ただし, 議論は正確に. 授業で述べた結果を使う場合はそれが使える状況であることを明示せよ.

5 制限 $x^2 + y^2 = 1$ のもとで, $f(x, y) = 4x + 6y$ の極値を求めよ.