

1 関数  $f(x)$  は  $[a, b]$  で有界であるとする. もし  $f(x)$  が単調増加 ( $x_1 < x_2 \implies f(x_1) \leq f(x_2)$ ) ならば定積分可能であることを示せ (定積分可能性の定義に従って示せ).

2  $[a, b]$  の連続関数  $f(x)$  について,  $S(x) = \int_a^x f(t)dt$ ,  $a \leq x \leq b$  とおく. 特に  $S(b) = \int_a^b f(x)dx$  である. さて,  $F(x)$  を  $f(x)$  の勝手な原始関数とすると,

$$\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$$

を導け.

3 次の定積分を計算せよ.

(1)  $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \tan x dx$

(2)  $m > 1$  とする.  $\int_1^e \frac{\log x}{x^m} dx$

4 次の不定積分を求めよ. ただし, 任意定数  $C$  は省略してよい.

(1)  $\int \frac{1}{\sqrt{4-x^2}} dx$

(2)  $\int x^2 \arctan x dx$

5  $t = \tan \frac{x}{2}$  で置換して, 不定積分  $\int \frac{1}{\cos x} dx$  を計算せよ.