

- 真偽を判定する問題では、まず真または偽の一方のみを答えた後、偽のために反例を挙げる際はそれが反例になっていることを説明すること。

1 $\int_0^1 \frac{1}{\sqrt[4]{1-x}} dx$ を計算せよ。

2 ガンマ関数 $\Gamma(s)$ について、自然数 n ならば $\Gamma(n) = (n-1)!$ が成り立つことを示せ。

3 命題「 $\lim_{k \rightarrow \infty} \frac{a_{k+1}}{a_k} = 1$ ならば $\sum_{k=1}^{\infty} a_k$ は収束する」の真偽を判定せよ。真ならば証明をせよ、偽ならば反例を挙げよ。

4 $a > 1$ とする。 $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{a^k k!}{k^k}$ の収束、発散を論じよ。

5 命題「条件収束級数はライプニッツの交代級数をすべて含む」の真偽を判定せよ。真ならば証明をせよ、偽ならば反例を挙げよ。

6 \mathbb{R}^2 の点列について、コーシー列ならば収束することを示せ。

7 次の集合 B は \mathbb{R}^2 の開集合であるか、閉集合であるかを論じよ。

$$B = \{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq x \leq 1, x^2 < y \leq \sqrt{x} \}$$