(注意)

- 解答はすべて解答用紙にかくこと.
- 解答は大問毎にまとめること.
- 解答は結果だけでなく，それに至る過程を記述すること.

$\boxed{1}$ $m$ を正の整数とする．関数

$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{x^m y}{x^2+y^2}, & (x,y) \neq (0,0) \\ 0, & (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

について，$(0,0)$ において次の各問に答えよ.

(1) 連続であるか調べよ.

(2) 偏微分可能であるか調べよ.

(3) 全微分可能であるための最小の $m$ を求めよ.

$\boxed{2}$ $f(x,y)$ が $(x_0,y_0)$ で $C^1$ 級ならば全微分可能であることを示せ.

$\boxed{3}$ 関数 $f(x,y)$ の $(x_0,y_0)$ におけるベクトル $\mathbf{u} = (\alpha,\beta)$ 方向 (ただし，$\alpha^2+\beta^2=1$) の方向微分係数 $f'_{\mathbf{u}}(x_0,y_0)$ を考える．$f(x,y) = x^2\cos xy$, $(x_0,y_0) = (2,-\frac{\pi}{4})$ に対して，方向微分係数が 0 となる方向 $\mathbf{u}$ をひとつ求めよ.

$\boxed{4}$ 関数 $f(x,y) = e^{2x-y^2}$ について次の各問に答えよ.

(1) $(x_0,y_0) = (1,-1)$ における全微分を求めよ．また，この点における接平面の法線ベクトルを一つ求めよ.

(2) 3 次までの偏導関数をすべて求めよ.

$\boxed{5}$ $f(x,y)$ と極座標 $x = r\cos\theta$, $y = r\sin\theta$ の合成 $z(r,\theta) = f(r\cos\theta, r\sin\theta)$ を考える．$f_x(\sqrt{2},\sqrt{2}) = 1$, $f_y(\sqrt{2},\sqrt{2}) = -1$, $f_{xx}(\sqrt{2},\sqrt{2}) = 2$, $f_{xy}(\sqrt{2},\sqrt{2}) = -2 = f_{yx}(\sqrt{2},\sqrt{2})$, $f_{yy}(\sqrt{2},\sqrt{2}) = 3$ であるとき，$z_{\theta r}(2,\frac{\pi}{4})$ を求めよ.