

1 $f(x, y) = x^2 - 3xy + y^2 - 4x - y$ について,

(1) f の停留点をすべて求めよ.

(2) (1) で求めた停留点是非退化停留点であるか否か判定せよ.

2 $f(x, y) = x^3 - 9xy + y^3 + 1$ について次の各問に答えよ.

(1) $(x_0, y_0) = (1, -1)$ における 3 次のテイラーの定理をかいて, グラフの形状を調べよ.

(2) f の極値をすべて求めよ.

3 3 辺の長さ x, y, z の和について $x + y + z = 2s$ を満たすとき, 三角形の面積 S は $S^2 = s(s-x)(s-y)(s-z)$ で与えられる (ヘロンの公式). s をひとつ与えたとき, 面積 S を最大にするのは正三角形であることを示せ (2 変数関数の極値問題として解くこと).

4 $F(x, y) = x^3 - x^2 + 2y^2 - y = 0$ で定まる曲線を考える. $(x_0, y_0) = (0, \frac{1}{2})$ における曲線の形状を調べ, その概形をかけ.

5 条件 $x^2 - y^2 = 1$ のもとで, $f(x, y) = y - 2x$ の極値を求めよ.