

- 1 (1) 矩形領域 $\Omega = [1, 2] \times [2, 3]$ に対して,

$$\iint_{\Omega} x^2 y \, dx dy$$

を計算せよ.

- (2) $x = 2s + t$, $y = ts^2$ に対してヤコビアン $\frac{\partial(x, y)}{\partial(s, t)} \neq 0$ となる (s, t) の集合を図示せよ.

- 2 (1) 矩形領域 $[a, b] \times [c, d]$ で定義された有界な関数 $f(x, y)$ を考える. 上積分, 下積分を導入して (定義可能であることを説明すること), $[a, b] \times [c, d]$ 上重積分可能であることを定義せよ.

- (2) 有界な一般領域 Ω に対して重積分 $\iint_{\Omega} f(x, y) dx dy$ を定義せよ. 正当性は述べなくてよい. 手順を示せばよい.

- 3 次の累次積分の順序を交換せよ.

$$\int_0^1 \left(\int_{2y}^{4-2y} f(x, y) \, dx \right) dy$$

- 4 $\Omega = \{(x, y) : 2x \leq y \leq 2x + 2, -x \leq y \leq -x + 3\}$ のとき, 次の重積分を計算せよ.

$$\iint_{\Omega} (2x - y)^3 dx dy$$

※ 次の 2 題のうち 1 題を選択して答えよ.

- 5 $\Omega = \{(x, y) : x^2 + (y - 2)^2 \leq 4, x^2 + (y - 1)^2 \geq 1\}$ のとき, 次の重積分を計算せよ.

$$\iint_{\Omega} y \, dx dy$$

- 6 次の広義積分の値があれば求めよ.

$$\iint_{\{y \geq 0\}} \frac{1}{(1 + x^2 + y^2)^{4/3}} dx dy$$