$\boxed{1}$ (1) $I=[a,b]$ 上で有界な関数 $f(x)$ を考える．$f(x)>0,\, x\in I$ を仮定する．I の分割 Δ: $a=x_0<x_1<x_2<\cdots<x_n=b$ に対して，

$$S_\Delta \stackrel{\mathrm{def}}{=} \sum_{i=1}^{n}\left(\sup_{x_{i-1}\le x\le x_i} f(x)\right)(x_i-x_{i-1})$$

はどのような量であるか説明せよ．図を用いて説明してもよい．

(2) 関数 $f(x)$ は区間 $I=[a,b]$ 上で単調非減少であるとする．このとき，f は I 上定積分可能であることを示せ．ε-δ 法に従い，必要な語句は定義して用いること．

$\boxed{2}$ $f(x)=\dfrac{1}{\sqrt{1-x}}$ について，

(1) $x_0=0$ における 2 次近似多項式 $g(x)$ を用いて $\dfrac{1}{\sqrt{0.9}}$ の近似値を小数で与えよ．

(2) $x\le 0$ のとき $f(x)\le g(x)$ であることを示せ．

$\boxed{3}$ $f(x)=\cos 3x$ について，マクローリン級数展開可能であることを示し，その級数が収束する x の範囲を明示せよ．

$\boxed{4}$ $f(x)=x^4-1$ を考える．$x_0=1$ における接線の方程式 $y=g(x)$ について，$f(x)-g(x)$ は $x-1$ の高位の無限小であることを示せ．

$\boxed{5}$ 関数 $f(x)$ は $x=x_0$ の近傍で C^2 級で，$f'(x_0)=0$ を満たすとする．このとき，$f''(x_0)<0$ ならば $f(x_0)$ は極大値であることを，テイラーの定理を用いて導け．