$\boxed{1}$ 実数 a, b は $a < b$ を満たす．半開区間 $(a, b]$ または $[a, b)$ において連続な関数 f を考える（$x = a$ または $x = b$ で無限大に発散しているかもしれない）．

(1) 広義積分 $\displaystyle\int_a^b f(x)dx$ を定義せよ．

(2) (1) に従って $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} \tan x\, dx$ の収束，発散を判定せよ．収束する場合は値を求めよ．

$\boxed{2}$ 次の正項級数の収束，発散を判定せよ（証明すること）．

$$1 + \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{4}} + \cdots$$

$\boxed{3}$ 次の交代級数の中で<u>収束するもの</u>と<u>発散するもの</u>に分類せよ．収束するものについてはさらに<u>絶対収束</u>か<u>条件収束</u>か分けること．それぞれの答えには理由を添えること．授業で扱った結果は用いてよい．

(1) $\displaystyle\sum_{k=3}^{\infty} (-1)^k \left(1 - \frac{3}{k+1}\right)^{k^2}$

(2) $1 - \dfrac{2!}{2^2} + \dfrac{3!}{3^3} - \dfrac{4!}{4^4} + \cdots$

(3) $2 - \dfrac{3}{2} + \dfrac{4}{3} - \dfrac{5}{4} + \cdots$

$\boxed{4}$ ガンマ関数 $\Gamma(s)$ の定義をかいて，$\Gamma(3)$ を計算せよ．

$\boxed{5}$ 2 次元ユークリッド空間 $\mathbb{R}^2$ において点列 $\mathbf{x}_n$ を考える．$\mathbf{x}_n$ がコーシー列ならば収束することを示せ．実数全体におけるコーシー列が収束することは既知とする．

$\boxed{6}$ $\mathbb{R}^2$ の部分集合 A について次の問に答えよ．

(1) A が開集合であることの定義を述べよ．また，A が閉集合であることの定義を述べよ．

(2) (1) に従って，$A = \{(x, y) : x^2 + y^2 > 1\}$ は開集合，閉集合，どちらでもない，を決定せよ